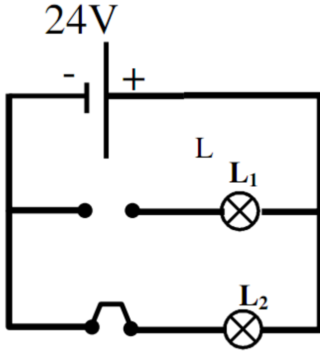
الوحدة التعليمية: المنطق التوافقي

الوضعية التعليمية: جبر بول، تبسيط المعادلات المنطقية

* إشكالية:



* ليكن التركيب التالي:

* ما هي حالة المصباحين L_1 و L_2 و كيف يتم تمثلهما في النظام الثنائي ؟

– المصباح L_1 منطفئ و المصباح L_2 متوهج.

– توهج المصباح يمثل بالرقم 1 ($L_2=1$) وانطفائه يمثل بالرقم 0 ($L_1=0$).

* ماذا يمثل هذين العددين بالنسبة للدارة الكهربائية؟

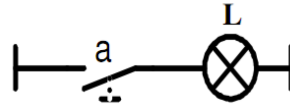
– العدد 1 يمثل مرور التيار و العدد 0 يمثل عدم مرور التيار.

1-تعريف جبر بول:

هو الجبر الذي طرحه العالم والفيلسوف جورج بول سنة 1854، ويستعمل لدراسة الدارات المنطقية، وهو مجموعة من المتغيرات الممثلة بالقيمتين ال "1" وال"0"

* إشكالية:

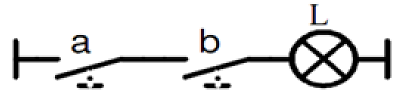
* ليكن المخطط الكهربائي التالي:



* ضع جدول تبين فيه حالات التشغيل الممكنة ؟

a	L
0	0
1	1

* ليكن المخطط الكهربائي التالي:



* ضع جدول تبين فيه حالات التشغيل الممكنة ؟

a	b	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

2-جدول الحقيقة:

عبارة عن مخطط يشمل متغيرات الدخول و متغيرات الخروج، يتكون من خانات و أسطر

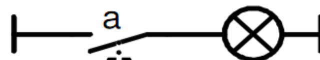
عدد الخانات هو عدد متغيرات الدخول و الخروج و نحصل على عدد الأسطر أو حالات التشغيل الممكنة

بإتباع القاعدة 2^n حيث أن n هي عدد متغيرات الدخول(2^n هي عدد التوفيقات).

3-الدوال المنطقية الأساسية:

3-1 الدالة المنطقية " نعم " OUI:

* ليكن المخطط الكهربائي التالي:

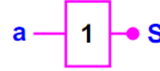


* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

a	S
0	0
1	1

* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟ $S = a$

* الرمز المنطقي للدالة نعم: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي





استنتاج: حالة المخارج تساوي حالة المداخل

3- 2- الدالة المنطقية " لا " NON:

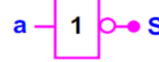
* ليكن المخطط الكهربائي التالي: ā

* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

a	S
0	1
1	0

* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟ $S = \overline{a}$

* الرمز المنطقي للدالة لا: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي





استنتاج: حالة المخارج تساوي عكس حالة المخرج

ملاحظة a ā a $\equiv$ a a

3- 3- الدالة المنطقية " و " ET (AND):

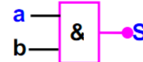
* ليكن المخطط الكهربائي التالي: a b

* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

a	b	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟ $S = a \bullet b$

* الرمز المنطقي للدالة لا: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي





استنتاج: يأخد المخرج القيمة "1" اذا كانت الجميع متغيرات الدخول في الحالة المنطقية "1"

3- 4- الدالة المنطقية " أو "OU (OR) :

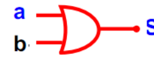
* ليكن المخطط الكهربائي التالي: a b

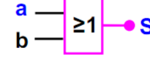
* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟ $S = a + b$

* الرمز المنطقي للدالة لا: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي





استنتاج: يأخد المخرج القيمة "1" اذا كانت حالة احد متغيرات الدخول تساوي "1"

3- 5- الدالة المنطقية نفي و " لاو " NON-ET (NAND):

* أوجد جدول الحقيقة للدالة"لا و" انطلاقا من جدول الحقيقة للدالة المنطقية "و" ؟

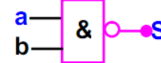
a	b	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

$S = \overline{a \bullet b}$

* الرمز المنطقي للدالة لا: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي





استنتاج:الدالة "لاو" هي نفسها دالة الضرب لكن المخرج معكوس

3- 6- الدالة المنطقية نفي أو " لا أو " NON-OU (NOR):

* أوجد جدول الحقيقة للدالة"لا أو" انطلاقا من جدول الحقيقة للدالة المنطقية "أو" ؟

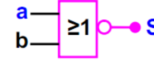
a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

$S = \overline{a + b}$

* الرمز المنطقي للدالة لا: الرمز الاوروبي الرمز الامريكي

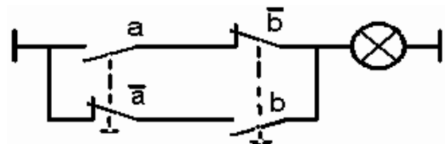




استنتاج:الدالة "لا أو" هي نفسها دالة الجمع لكن المخرج معكوس

3- 7- الدالة المنطقية " أو استبعادي" OU Exclusif:

* ليكن المخطط الكهربائي التالي:



* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

a	b	S
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

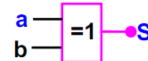
* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

$$S = a\overline{b} + \overline{a}b$$

$$\boxed{S = a \oplus b}$$

* الرمز المنطقي للدالة لا:

الرمز الاوروبي

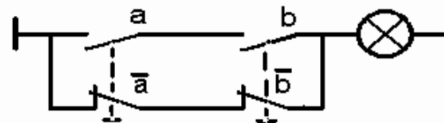


الرمز الامريكي



3- 8- الدالة المنطقية " لا أو استبعادي" ET Inclusif:

* ليكن المخطط الكهربائي التالي:



* ضع جدول الحقيقة لهذا المخطط الكهربائي؟

a	b	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

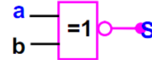
* استخرج معادلة المخرج بدلالة متغيرات الدخول من جدول الحقيقة ؟

$$S = \overline{a}\,\overline{b} + a\,b$$

$$\boxed{S = a \odot b}$$

* الرمز المنطقي للدالة لا:

الرمز الاوروبي



الرمز الامريكي



ملاحظة : تسمى الرموز المنطقية الممثلة بالبوابات المنطقية « **les portes logiques** » وهي موجودة على شكل دارات مندمجة

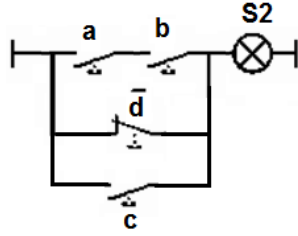
– قلد جميع البوابات المنطقية المدروسة على برنامج **multisim** وتحقق من جداول تشغيلها

4 – العلاقات الأساسية الشهيرة:

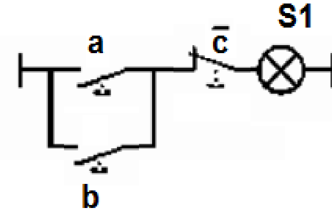
* أكمل الجدول التالي:

العلاقــة	التمثيل الكهربائي	العلاقــة	التمثيل الكهربائي
$a + a = a$		$a + 0 = a$	
$a \cdot a = a$		$a \cdot 0 = 0$	
$a + \overline{a} = 1$		$a + 1 = 1$	
$a \cdot \overline{a} = 0$		$a \cdot 1 = a$	

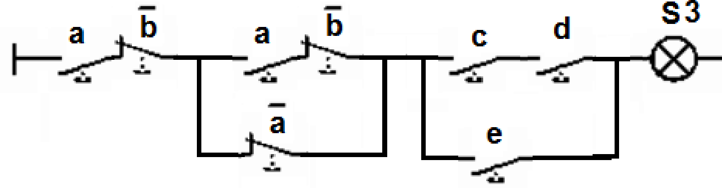
التمرين 01 : اوجد المعادلات المنطقية للتصاميم الكهربائية التالية :



S2=....................



S1=....................



S3=.......................

5- تمثيل الدوال المنطقية : تمثل الدوال المنطقية بعدة طرق :

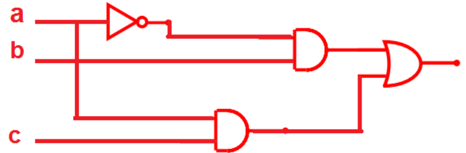
1-بالعبارة الجبرية (المعادلة المنطقية)

2- بجدول الحقيقة

3- بالبوابات المنطقية (التمثيل المنطقي)

4- بالدارة الكهربائية (التمثيل الكهربائي)

التمرين 02 : 1- اوجد المعادلة المنطقية للدارة المنطقية التالية ثم انجز جدول الحقيقة لمعادلة الخروج



2- ارسم التمثيل المنطقي للمعادلة التالية $s=a.\bar{b}+b.c$

3- اوجد معادلات الخروج من جداول الحقيقة التالية ثم ارسم التصاميم المنطقي لهذه المعادلات

المخرج	المداخل	
s	b	a
0	0	0
1	1	0
1	0	1
0	1	1

-الحل : للحصول على المعادلة المنطقية من الجدول نقوم بجمع حواصل جداء للقيم 1

$\bar{a}.b$ →

$a.\bar{b}$ →

a	b	c		S
0	0	0		0
0	0	1		1
0	1	0		1
0	1	1		0
1	0	0		1
1	0	1		1
1	1	0		0
1	1	1		1

عمل منزلي« home work » :

– تمرين 2 و 3 صفحة 58

6 -. نظريـــة ديمورقان THEOREMES DE DEMORGAN:

* النظرية الأولى: $\overline{\overline{a}} = a$

* النظرية الثانية:

نفي جمع المتغيرات يساوي جداء نفي المتغيرت

$\overline{a+b}=\overline{a}\cdot\overline{b}$ - مثـــــال: $\overline{a+b+c}=\overline{a}.\overline{b}.\overline{c}$

$\overline{a+\overline{b}}=\overline{a}.b$

نفي جداء المتغيرات يساوي جمع نفي المتغيرات

$\overline{a\cdot b}=\overline{a}+\overline{b}$ - مثـــــال: $\overline{a.b.c}=\overline{a}+\overline{b}+\overline{c}$

$\overline{a.\overline{b}}=\overline{a}+b$

7- تبسيط المعادلات المنطقية :

الاشكالية : **في العالم الان هناك حتمية ولابد منها وهي الحصول على اجهزة ذات حجم صغير وفعالية كبيرة ولغرض التقليل من حجم هذه الاجهزة لابد من تبسيط المعالات التابعة لهذه الاجهزة**

فكيف يمكن تبسيط هذه المعادلات؟

يمكن بسيط المعادلات المنطقية بطريقتين

1-الطريقة الجبرية : تعتمد هذه الطريقة على تطبيق خواص جبر بول و العلاقات الاساسية ونظرية ديمورغان

التمرين 03 : قم بتبسيط المعادلات المنطقية التالية

$$f = \overline{a}\,\overline{b}\,\overline{c} + \overline{a}\,\overline{b}\,c + \overline{a}\,bc$$
$$f = \overline{a}\,\overline{b}.(\overline{c} + c) + \overline{a}\,bc$$
$$f = \overline{a}\,\overline{b}.1 + \overline{a}\,bc$$
$$f = \overline{a}\,\overline{b} + \overline{a}\,bc$$
$$f = \overline{a}.(\overline{b} + bc)$$
$$f = \overline{a}.((\overline{b} + b).(\overline{b} + c))$$
$$f = \overline{a}.(\overline{b} + c) = \overline{a}\,\overline{b} + \overline{a}\,c$$

$$g = (a+\overline{a}).(a+b)$$
$$g = 1.(a+b)$$
$$g = a+b$$

$$h = \overline{a}\,b + \overline{a}\,\overline{b}$$
$$h = \overline{a}.(b + \overline{b})$$
$$h = \overline{a}$$

$$Y = \bar a\bar b\bar c\bar d + \bar a\bar b c\bar d + a\bar b c\bar d + abc\bar d + \bar a\bar b\bar c d + \bar a bc\bar d$$

$$Y = \bar a\bar b\bar d(\bar c + c) + a\bar b\bar d(\bar c + c) + bc\bar d(\bar a + a)$$

$$Y = \bar a\bar b\bar d + a\bar b\bar d + bc\bar d$$

$$Y = \bar b\bar d(a + \bar a) + bc\bar d$$

$$Y = \bar d(\bar b + bc)$$

$$Y = \bar d((\bar b + b).(\bar b + c))$$

$$Y = \bar d(\bar b + c) = \bar b\bar d + c\bar d$$

$$S = \bar a b\bar c + abc + ab\bar c$$

$$S = b\bar c.(\bar a + a) + abc$$

$$S = b\bar c + abc$$

$$S = b.(\bar c + ac)$$

$$S = b.((\bar c + a).(\bar c + c))$$

$$S = b.(\bar c + a) = b\bar c + ab$$

2-استعمال جدول كارنو :

عبارة عن جدول مربع او مستطيل حسب عدد المتغيرات حيث تجمع فيه جميع حالات المخرج,

ويتكون من 2^n خانة (n عدد متغيرات الدخول)

مثال : جدول كارنو بمتغيرين

عدد متغيرات الدخول 2

عدد الخانات $2^2=4$

a \ b	0	1
0	$\bar a\bar b$	$\bar a b$
1	$a\bar b$	ab

-لدينا المعادلة المنطقية التالية : $S=\bar a\bar b c + a\bar b c + abc$

-اعطي جدول الحقيقة

- مثل هذه المعادلة بواسطة جدول كارنو

جدول الحقيقة

a	b	c	s
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

جدول كارنو

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	0	1	1	0

(s)

مراحل تبسيط معادلة منطقية باستعمال جدول كارنو

1– تمثيل كل عوامل المعادلة في الخانات المناسبة بالرقم 1

2– نجمع الخانات المتجاورة المعطاة لها القيمة 1

3– قراءة وكتابة الاجماعات

ملاحظة : الجمع يكون بالواحد او الاثنين او الأربع او الثمانية او.... 2^n حيث n عدد طبيعي

تمرين 04 : بسط المعادلات التالية باستعمال جدول كارنو

$$s1=ab+\bar{a}b+\bar{a}\bar{b}$$

$$s2=abc+\bar{a}bc+\bar{a}\bar{b}\bar{c}+ab\bar{c}+\bar{a}\bar{b}c$$

$$s3=ab\bar{c}\bar{d}+abcd+abc\bar{d}+ab\bar{c}d$$

مثل التصميم المنطقي للمعادلة s3

التمرين 05 : استخرج المعادلات المبسطة من جدول كارنو

f_1

b \ a	0	1
0	1	1
1	0	1

f_2

b \ a	0	1
0	1	0
1	0	1

f_3

a \ bc	00	01	11	10
0	1	0	0	1
1	0	1	1	0

f_4

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

f_5

ab \ cd	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

f_6

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	0	0	0	0
11	1	1	1	1
10	1	1	1	1

عمل منزلي« home work » :

- تمرين 03 صفحة 58